Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Костровец Лариса Борисовна
Должность: директор
Дата подписания: 02.10.2026 00:12:43
Уникальный программный ключ:
6882606104c36dbde41c4ab93a65382136a292d6

Приложение 4
к образовательной программе

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.02.ДВ.06.01 Математические методы в машинном обучении

(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

09.03.03 Прикладная информатика
(код, наименование направления подготовки/специальности)

Прикладная информатика в управлении корпоративными информационными системами
(наименование образовательной программы)

очная форма обучения
(форма обучения)

Год набора - 2026
Донецк

Автор(ы)-составитель(и) РПД:

Брадул Н.В., кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой информационных технологий

Заведующий кафедрой:

Брадул Н.В., кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой информационных технологий

Рабочая программа дисциплины Б1.О.02.ДВ.06.01 Математические методы в машинном обучении одобрена на заседании кафедры информационных технологий факультета государственной службы и управления Донецкого филиала РАНХиГС.

протокол № 7 от «05» марта 2026 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы
3. Содержание и структура дисциплины
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии их оценивания
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине
7. Методические материалы по освоению дисциплины
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина «Математические методы в машинном обучении» обеспечивает формирование у обучающихся следующих общепрофессиональных компетенций:

ОТФ/ТФ и реквизиты ПС (при наличии)	Код компетенции	Наименование Компетенции	Код индикатора достижения компетенций	Наименование индикатора достижения компетенций	Образовательный результат
–	ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.7	Применяет естественнонаучные знания, методы математического анализа и теории вероятностей для понимания методов решения задач машинного обучения	З-1 **Знает** математические основы методов машинного обучения. У-1 **Умеет** применять математические методы для анализа и построения моделей машинного обучения.

2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы

Общий объем дисциплины:
2,00 з.е., 72 ак.час
Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 40 ак. час на контактную работу с преподавателем, из них 18 ак.час на лекции и 32 ак.час на практические занятия. 32 ак. час на самостоятельную работу обучающихся.

Б1.О.02.ДВ.06.01 Математические методы в машинном обучении реализуется на 2 курсе во 2 семестре.

Изучение дисциплины базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных обучающимися при освоении дисциплин: Теория вероятностей и математическая статистика, Математический анализ и дифференциальные уравнения, Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

3. Содержание и структура дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час												Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий									Самостоятельная работа			
			Период теоретического обучения						Период промежуточной аттестации (сессия)						
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ	Каттэк	Контроль	СРкр	СРэк	СР	
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1	Роль естественнонаучной картины мира в постановке задач ML	6	2			2								2	Контрольные задания, тестирование, доклад
Тема 2	Математический анализ в основе оптимизации: градиент и производные	6	2			2								2	Контрольные задания, тестирование, доклад
Тема 3	Теория вероятностей как язык	8	2			2								4	Контрольные задания, тестирование, доклад

	неопределенности в данных													
Тема 4	Байесовский подход: от вероятности причины к причине вероятности	8	2			2							4	Контрольные задания, тестирование, доклад
Тема 5	Математический анализ в задаче регрессии: от метода наименьших квадратов до градиентного бустинга	8	2			2							4	Контрольные задания, тестирование, доклад
Тема 6	Случайные процессы и цепи Маркова для моделирования последовательностей	8	2			2							4	Контрольные задания, тестирование, доклад
Тема 7	Максимизация правдоподобия и принцип максимальной энтропии	8	2			2							4	Контрольные задания, тестирование, доклад
Тема 8	Вероятностные границы обобщения и неравенства концентрации	8	2			2							4	Контрольные задания, тестирование, доклад
Тема 9	Интегралы и математическое ожидание в байесовской	8	2			2							4	Контрольные задания, тестирование, доклад

	оптимизации и усилении обучения												
	Промежуточная аттестация	4							4				**Зачет**
ИТОГО		**72**	**18**			**18**			**4**		**18**	**32**	

Используемые сокращения:

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях,).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.

ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

Контроль - контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий для заочной формы обучения

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям.

3.2. Содержание дисциплины

Тема 1. Роль естественнонаучной картины мира в постановке задач ML. ОПК-1.7

Содержание лекции: Как физика, биология и химия формируют язык описания данных (признаки, зависимости, шумы). Переход от детерминированных законов к статистическим закономерностям. Понимание разницы между «объяснением» и «предсказанием». Математический аппарат: Индуктивный метод (Бэкон), принципы эмпиризма, понятие модели как упрощения реальности.

Практическая подготовка (практическое занятие): Разбор кейсов: Предсказание траектории планеты (физика) → регрессия. Классификация раковых клеток по микроскопии (биология) → классификация. Обнаружение аномалий в показаниях датчиков (химический процесс) → обнаружение выбросов.

Тема 2. Математический анализ в основе оптимизации: градиент и производные. ОПК-1.7

Содержание лекции: Почему обучение модели – это задача минимизации функции потерь. Геометрический смысл градиента как направления наискорейшего подъема/спуска. Условия сходимости градиентного спуска. Математический аппарат: Производная, частная производная, градиент, матрица Гессе, разложение в ряд Тейлора.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: вычисление градиента аналитически и численно, реализация градиентного спуска для простой модели.

Тема 3. Теория вероятностей как язык неопределенности в данных. ОПК-1.7

Содержание лекции: Представление предсказаний как распределений вероятностей. Отличие детерминированной зависимости от статистической. Почему ML – это вероятностный вывод на основе выборки. Математический аппарат: Аксиоматика Колмогорова, условная и полная вероятность, независимость событий, формула Байеса.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: вычисление и интерпретация вероятностных характеристик выборки, моделирование случайных величин.

Тема 4. Байесовский подход: от вероятности причины к причине вероятности. ОПК-1.7

Содержание лекции: Обновление убеждений при поступлении новых данных (естественнонаучный принцип). Наивный байесовский классификатор как прямое применение теоремы. Связь с регуляризацией. Математический аппарат: Формула Байеса, априорное и апостериорное распределение, теорема о полной вероятности.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: реализация наивного байесовского классификатора и понимание роли априорного распределения.

Тема 5. Математический анализ в задаче регрессии: от метода наименьших квадратов до градиентного бустинга. ОПК-1.7

Содержание лекции: Вывод аналитического решения линейной регрессии через дифференцирование. Почему в реальных задачах нужно численное решение. Обучение ансамблей (градиентный бустинг) как последовательный градиентный спуск в функциональном пространстве. Математический аппарат: Скалярное произведение, норма вектора, производная квадратичной формы, понятие выпуклой функции.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: вывести аналитическое решение регрессии, сравнить с градиентным спуском, понять идею бустинга.

Тема 6. Случайные процессы и цепи Маркова для моделирования последовательностей. ОПК-1.7

Содержание лекции: Естественнонаучная основа: системы с памятью и без памяти (примеры из физики и биологии). Применение в скрытых марковских моделях и рекуррентных сетях (RNN) для анализа текстов, временных рядов. Математический аппарат: Марковское свойство, матрица переходных вероятностей, стационарное распределение, эргодичность.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: построение цепи Маркова по данным, оценка вероятности переходов, реализация генерации последовательностей.

Тема 7. Максимизация правдоподобия и принцип максимальной энтропии. ОПК-1.7

Содержание лекции: Почему оценка максимального правдоподобия (MLE) считается естественнонаучным «золотым стандартом». Связь энтропии из термодинамики с информацией. Выбор между моделями, одинаково хорошо объясняющими данные. Математический аппарат: Логарифмическая функция, функция правдоподобия, оптимизация (поиск максимума), понятие энтропии Шеннона.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: вычисление правдоподобия для параметрических моделей, применение принципа максимальной энтропии.

Тема 8. Вероятностные границы обобщения и неравенства концентрации. ОПК-1.7

Содержание лекции: Почему мы верим, что модель, хорошо работающая на выборке, сработает на новых данных? Математическое обоснование снижения риска переобучения. Понимание дилеммы «смещение – дисперсия» через анализ вероятностных границ. Математический аппарат: Неравенства Чебышева, Маркова, Хёффдинга; предел последовательности; закон больших чисел.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: применение неравенства концентрации для оценки вероятности ошибки на тестовой выборке.

Тема 9. Интегралы и математическое ожидание в байесовской оптимизации и усилении обучения. ОПК-1.7.

Содержание лекции: Вычисление ожидаемого риска и ожидаемой полезности. Байесовская оптимизация гиперпараметров (оптимизация затратной функции). Принципы обучения с подкреплением (максимизация кумулятивного вознаграждения как интеграл по времени). Математический аппарат: Определенный интеграл, математическое ожидание, условное ожидание, функция полезности.

Практическая подготовка (практическое занятие): Решение практических задач: вычисление ожидаемой полезности, реализация байесовской оптимизации на простом примере.

4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания

4.1. Оценочные материалы по дисциплине Математические методы в машинном обучении входят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам (модулям) образовательной программы составляет фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающимися планируемых результатов обучения.

4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.

4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущему контролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплин размещены типовые проверочные задания, которые можно условно разделить на задания закрытого, комбинированного и открытого типов.

Задания закрытого типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных.

Задания комбинированного типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных и обосновать свой выбор.

Задания открытого типа – это задания, в которых на каждый вопрос должен быть предложен

развернутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендованы определенная последовательность выполнения и система оценивания выполнения заданий.

4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУК-ЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В).	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов. 2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д. 3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов. 4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные вариант-ты ответа. 3. Выбрать несколько правильных ответов. 4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из одного столбца верно сопоставлены с позициями другого)
Задание закрытого типа на установление последовательности	Прочитайте текст и установите последовательность	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Построить верную последовательность из предложенных элементов. 4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной	Ответ считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУК-ЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
		последовательности (например, БВА или 135).	
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновыва ющие выбор ответа	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа. 5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа
Задание открытого типа с развернутым ответом	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованн ый ответ	1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса. 2.Продумать логику и полноту ответа. 3.Записать ответ, используя четкие компактные формулировки. 4.В случае расчетной задачи, записать решение и ответ	Ответ считается верным: 1. Отсутствие фактических ошибок. 2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа). 3.Обоснованность ответа (наличие аргументов). 4. Логическая последовательность излагаемого материала.

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением БРС

Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением БРС Донецкого филиала РАНХиГС

Итоговая балльная оценка	**Традиционная система**	**Бинарная система**	**ECTS**	
			Для тради-ционной системы	**Для бинарной системы**
90-100	Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
80-89	Хорошо		B	P/ Passed
75-79			C	P/ Passed
70-74	Удовлетворительно		B	P/ Passed
60-69			E	P/ Passed
0-59	Неудовлетворительно	Не зачтено	F	F/Failed

Соотношение баллов за текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию, а также повторную промежуточную аттестацию:

Максимальная сумма баллов за текущий контроль успеваемости	Максимальная сумма баллов за промежуточную аттестацию	Максимальная итоговая балльная оценка	Максимальная сумма баллов за повторную промежуточную аттестацию
100 баллов	100 баллов	100 баллов	100 баллов

5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам

5.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.02.ДВ.06.01 «Математические методы в машинном обучении» используются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся (в том числе, задания к контрольным точкам):

контрольные задания, тестирование, доклад.

Таблица 5.1

Распределение баллов по видам учебной деятельности

Наименование Раздела/Темы	Вид задания				
	ЛЗ	ПЗ			КТ
		КЗ	Т	Д	
Т.1		10	10	10	10
Т.2					
Т.3		10	10		10
Т.4					
Т.5					
Т.6					
Т.7		10	10		10
Т.8					
Т.9					
Итого: 100б		**30**	**30**	**10**	**30**

ЛЗ – лекционное занятие;
ПЗ – практическое занятие;
КТ – контрольные точки;
КЗ – контрольные задания;
Т – тестирование;
Д – доклад.

5.2. Типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся (вне контрольных точек).

Доклад

Темы доклада:

Разделы (темы) дисциплины	Темы доклада
Тема 1. Роль естественнонаучной картины мира в постановке задач ML	1. От законов Ньютона к нейросетям: как физические принципы (сохранение энергии, симметрии) помогают формулировать инвариантные признаки и аугментацию данных.

	2. Роль индуктивного метода Бэкона в формировании гипотез машинного обучения: различие между объяснительными и предсказательными моделями. 3. Эмпирическая проверка в естественных науках и кросс-валидация в ML: сравнительный анализ подходов к верификации знаний.
Тема 2. Математический анализ в основе оптимизации: градиент и производные	1. Градиентный спуск в невыпуклых ландшафтах: влияние седловых точек и плато на обучение глубоких сетей. 2. Адаптивные методы оптимизации (Adam, RMSprop) с позиции дифференциального исчисления: почему они работают лучше классического градиентного спуска. 3. Градиент не обязательно спускается: методы с ускорением (Нестеров), аналогии с физическими процессами (уравнение движения с трением).
Тема 3. Теория вероятностей как язык неопределенности в данных	1. Роль закона больших чисел в обосновании эмпирического риска: почему модель, хорошо работающая на большой выборке, должна хорошо работать на тесте. 2. Парадокс Симпсона в анализе данных: как условные вероятности могут вводить в заблуждение в задачах машинного обучения (примеры из медицины, экономики). 3. Моделирование шума в данных: сравнение различных распределений (нормальное, Лапласа, логистическое) и их влияние на функцию потерь (L2 vs L1 vs логистическая).
Тема 4. Байесовский подход: от вероятности причины к причине вероятности	1. Байесовский вывод против частотного подхода в ML: сравнение на примере задачи оценки вероятности редкого события. 2. Априорные распределения как регуляризаторы: эквивалентность L2-регуляризации и гауссовского априорного распределения, L1 и Лапласа. 3. Байесовская оптимизация гиперпараметров: принцип, acquisition functions, сравнение с grid search и random search.
Тема 5. Математический анализ в задаче регрессии: от метода наименьших квадратов до градиентного бустинга	1. Матричные нормальные уравнения и проблема мультиколлинеарности: роль числа обусловленности и методы регуляризации (гребневая регрессия, Lasso). 2. Градиентный бустинг как функциональный градиентный спуск: вывод и сравнение с классическим бустингом Адабуст. 3. Линейная регрессия и гауссовские процессы: связь МНК с байесовским подходом к предсказаниям с использованием ядер.
Тема 6. Случайные процессы и цепи Маркова для моделирования последовательностей	1. Марковские цепи Монте-Карло (MCMC) в машинном обучении: семплирование из сложных апостериорных распределений. 2. Скрытые марковские модели для моделирования речи и биоинформатики: алгоритм Витерби и его приложения. 3. Ограничения марковского предположения: когда нужны цепи высших порядков или рекуррентные нейросети (RNN, LSTM).
Тема 7. Максимизация правдоподобия и принцип максимальной	1. Принцип максимальной энтропии как способ конструктивного вывода распределений: вывод логистической регрессии из условия равенства моментов.

энтропии	2. MLE при наличии неполных данных: EM-алгоритм (ожидания-максимизации) и его сходимость с точки зрения увеличения правдоподобия. 3. Информационный критерий Акаике (AIC) и байесовский информационный критерий (BIC): выбор модели на основе максимизированного правдоподобия и числа параметров.
Тема 8. Вероятностные границы обобщения и неравенства концентрации	1. Неравенства концентрации меры в ML: от неравенства Хёффдинга к неравенству МакДиармида (усреднение по перестановкам). 2. VC-размерность и границы обобщения: почему сложные классы моделей могут переобучаться при ограниченной выборке. 3. Бутстрап и оценка смещения-дисперсии: использование методов перевыборки для практической оценки обобщающей способности.
Тема 9. Интегралы и математическое ожидание в байесовской оптимизации и усилении обучения	1. Expected Improvement (EI) как результат интегрирования по апостериорному распределению: вывод и сравнение с другими acquisition функциями (UCB, Probability of Improvement). 2. Уравнение Беллмана как интегральное уравнение динамического программирования: его роль в обучении с подкреплением (Q-learning, Deep Q-Networks). 3. Многорукие бандиты и регререт: как математическое ожидание кумулятивной награды определяет стратегии исследования-эксплуатации.

Методические рекомендации по подготовке доклада.

Подготовка доклада способствует формированию навыков исследовательской работы, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить. При написании доклада по заданной теме составляется план, подбираются основные источники. В процессе работы с источниками, систематизируют полученные сведения, делают выводы и обобщения.

Подготовка доклада требует от обучающегося большой самостоятельности и серьезной интеллектуальной работы, которая принесет наибольшую пользу, если будет включать с себя следующие этапы: изучение наиболее важных научных работ по данной теме, перечень которых дает сам преподаватель; анализ изученного материала, выделение наиболее значимых для раскрытия темы фактов, мнений разных ученых и научных положений; обобщение и логическое построение материала доклада, например, в форме развернутого плана; написание текста доклада с соблюдением требований научного стиля.

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение. Во вступлении указывается тема доклада, устанавливается логическая связь ее с другими темами или место рассматриваемой проблемы среди других проблем, дается краткий обзор источников, на материале которых раскрывается тема и т. п. Основная часть должна иметь четкое логическое построение, в ней должна быть раскрыта тема доклада. В заключении обычно подводятся итоги, формулируются выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы и т. п.

Критерии оценивания доклада:

Критерии оценки	Диапазон баллов	Описание критерия
Содержание и раскрытие темы	1	Детальное, последовательное описание всех этапов с конкретными примерами
Грамотность изложения	1	Соблюдены все правила грамматики, орфографии и пунктуации
Стилистика	1	Единый стиль изложения, точные формулировки, уместное использование терминов, лаконичность

Логика изложения	1	Чёткая последовательность изложения, логические связи между частями текста, аргументы подтверждают выводы
Оригинальность	1	Уникальный подход к теме, нестандартные решения, инновационные идеи, собственная позиция автора
Итого максимально:	10	

Контрольные задания

Темы 1-2.

Тема 1. Естественнонаучный подход в постановке задач ML

Задание 1.1 (анализ)

Выберите одну из реальных задач:

(А) Определение возраста морского моллюска по кольцам на раковине (биология).

(Б) Предсказание времени разряда аккумулятора по току и температуре (физика).

Требуется:

1. Предложить множество объектов и признаков (не менее 3).
2. Указать тип целевой переменной (непрерывная/категориальная/порядковая).
3. Назвать вероятностный характер зависимости (влияние шума, непредсказуемые факторы).
4. Сформулировать гипотезу о виде зависимости (линейная / нелинейная) и аргументировать.

Задание 1.2 (формализация)

Дано описание: «Торговая компания хочет прогнозировать спрос на товар на основе цены, рекламного бюджета, дня недели и погоды».

Представьте данные как матрицу «объекты-признаки» в виде таблицы с 5 строками (придумайте числовые значения). Выделите целевую переменную. Объясните, почему задача не может быть решена детерминированной формулой, а требует машинного обучения.

Задание 1.3 (естественнонаучный принцип)

Сформулируйте принцип «бритвы Оккама» и объясните, как он применяется при выборе модели ML. Приведите контрастный пример двух моделей (сложной и простой), одинаково хорошо объясняющих данные.

Тема 2. Математический анализ в основе оптимизации: градиент и производные

Задание 2.1 (вычисление градиента)

Дана функция потерь $L(w)=(w_1-3)^2+ew_2+w_1w_2$.

1. Вычислите градиент $\nabla L(w)$ в общем виде.
2. Найдите численно градиент в точке $w=(1,0)$.
3. Напишите формулу одного шага градиентного спуска с шагом $\eta=0.1$ для этой точки.

Задание 2.2 (анализ сходимости)

Для квадратичной функции $f(x)=\frac{1}{2}ax^2$ (a > 0) метод градиентного спуска задан $x_{t+1}=x_t-\eta a x_t$.

1. Найдите условие на шаг η, гарантирующее сходимость к 0 при любом начальном x_0.
2. При каком η сходимость будет самой быстрой?
3. Вычислите значение $f(x_1)$, если $a=2$, $\eta=0.25$, $x_0=4$.

Задание 2.3 (геометрический смысл)

Объясните на примере функции $z=x^2-y^2$:

Что такое градиент?

Почему градиент указывает направление наискорейшего роста, а антиградиент – спуска?

Нарисуйте (схематично) линии уровня и вектор градиента в точке (1,1).

Темы 3-6.

Тема 3. Теория вероятностей как язык неопределенности

Задание 3.1 (расчёт вероятностей по таблице)

Дана таблица совместных частот для двух признаков: «Наличие облачности» (О – есть, Н – нет) и «Дождь» (Д – да, Б – нет).

	О	Н	Σ
Д	20	5	25
Б	30	45	75
Σ	50	50	100

1. Найдите P(Д | О).
2. Найдите P(О | Д).
3. Проверьте по определению, являются ли события «облачность» и «дождь» независимыми.

Задание 3.2 (случайная величина)

Генератор случайных чисел выдаёт значения от 0 до 1 с равномерной плотностью.

1. Какова вероятность, что число попадёт в интервал [0.2, 0.7]?
2. Какова вероятность, что квадрат этого числа окажется больше 0.5?
3. Выведите функцию распределения для Y=X2*Y*=*X*2.

Задание 3.3 (применение к ML)

Предположим, вы обучили классификатор на выборке из 1000 примеров, и он правильно предсказывает 920 из них. Можно ли с вероятностью 95% утверждать, что истинная точность модели выше 90%? Указание: используйте нормальное приближение для биномиальной пропорции (z-критерий).

Тема 4. Байесовский подход

Задание 4.1 (формула Байеса)

В некоторой популяции 1% людей больны редким заболеванием. Тест на это заболевание даёт положительный результат у 99% больных и у 5% здоровых.

1. Какова вероятность, что человек болен, если его тест положителен?
2. Почему этот результат часто кажется неинтуитивным?
3. Как изменится вероятность при увеличении доли больных до 10%?

Задание 4.2 (наивный байесовский классификатор – ручной счёт)

Даны два признака (бинарных) и два класса. Обучающая выборка:

Объект	X_1	X_2	Класс
1	1	0	+
2	0	1	+
3	0	0	–
4	1	1	–

Постройте наивный байесовский классификатор (оцените априорные вероятности классов и условные вероятности признаков). Предскажите класс для нового объекта (X_1=1, X_2=0) с вычислением апостериорных вероятностей.

Задание 4.3 (сравнение подходов)

Объясните, чем отличается оценка максимального правдоподобия (MLE) от байесовской оценки с

априорным распределением. Приведите пример, когда априорное распределение помогает при малом объёме выборки.

Тема 5. Математический анализ в задаче регрессии: от МНК до градиентного бустинга

Задание 5.1 (вывод нормальных уравнений)

Дана модель линейной регрессии $y=X\beta+\varepsilon$, функция потерь $L(\beta)=\|y-X\beta\|^2$.

1. Запишите $L(\beta)$ через скалярное произведение.
2. Вычислите градиент $\nabla L(\beta)$.
3. Приравняв градиент к нулю, получите нормальные уравнения.
4. Решите их для случая $X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}, y=\begin{pmatrix}5\\ 7\end{pmatrix}$ (найдите β).

Задание 5.2 (численное сравнение)

Сгенерируйте 100 точек: x_i равномерно на [0, 10], $y_i=2x_i+1+\varepsilon_i$ с $\varepsilon_i \sim N(0,9)$.

Требуется (без реального кода – опишите алгоритмически):

1. Оценить коэффициенты методом наименьших квадратов (аналитически).
2. Реализовать метод стохастического градиентного спуска с mini-batch.
3. Каковы преимущества SGD для очень больших данных ($n=10^7$)?

Задание 5.3 (идея градиентного бустинга)

Пусть у нас есть регрессионная задача и простая базовая модель $f_0(x)=0$. На первой итерации градиентного бустинга вычислены остатки $r_i=y_i-f_0(x_i)$. Обучаем слабую модель h_1, приближающую остатки, и обновляем $f_1=f_0+\nu h_1$.

Объясните:

Почему остатки можно интерпретировать как отрицательный градиент квадратичной функции потерь?

Как выбор ν (learning rate) влияет на переобучение?

Тема 6. Случайные процессы и цепи Маркова

Задание 6.1 (матрица переходов)

Последовательность состояний погоды за 7 дней: С (солнечно), Д (дождливо), С, С, Д, Д, С.

1. Постройте оценку матрицы переходов первого порядка (размер 2×2).
2. Найдите стационарное распределение (решив уравнение $\pi P=\pi$, $\sum\pi_i=1$).
3. Какова вероятность, что через 2 дня после солнечного дня будет дождь?

Задание 6.2 (свойство Маркова)

Придумайте пример последовательности, где состояние зависит от двух предыдущих шагов (цепь второго порядка). Сформулируйте, как её можно свести к цепи первого порядка, расширив пространство состояний.

Задание 6.3 (применение HMM)

Опишите, как скрытая марковская модель может использоваться для распознавания рукописных букв. Какие величины нужно задать: начальное распределение скрытых состояний, матрица переходов, матрица эмиссии (наблюдений)? Объясните, как решается задача декодирования (нахождения наиболее вероятной последовательности состояний).

Темы 7-9.

Тема 7. Максимизация правдоподобия и принцип максимальной энтропии

Задание 7.1 (MLE для нормального распределения)

Дана независимая выборка $x_1,x_2,\ldots,x_n$ из $N(\mu,\sigma^2)$.

1. Запишите функцию правдоподобия $L(\mu,\sigma^2)$ и логарифмическую функцию правдоподобия.
2. Найдите оценки максимального правдоподобия для μ и σ^2, взяв производные.
3. Почему оценка MLE для σ^2 смещённая? Как её поправить (несмещённая оценка)?

Задание 7.2 (MLE для Бернулли)

В 10 испытаниях получено 7 успехов.

1. Найдите оценку MLE для вероятности успеха p.
2. Постройте логарифмическое правдоподобие как функцию p в диапазоне [0,1] (графически).
3. Если априорное распределение $p \sim Beta(2,2)$, найдите байесовскую оценку (апостериорное среднее). Сравните с MLE.

Задание 7.3 (принцип максимальной энтропии)

Дискретное распределение на трёх исходах. Известно среднее значение $E[X]=1.5$, где $X \in \{1,2,3\}$. Сформулируйте задачу максимизации энтропии при заданном моменте. Запишите функцию Лагранжа. (Решать до конца не обязательно, но указать вид решения).

Тема 8. Вероятностные границы обобщения

Задание 8.1 (неравенство Хёффдинга)

Пусть $X_1,\ldots,X_n$ независимые случайные величины, принимающие значения в [0,1]. Известно, что $E[X_i]=0.6$.

1. Используя неравенство Хёффдинга, оценить сверху вероятность того, что выборочное среднее $\bar{X}$ отклонится от истинного среднего более чем на 0.1 при $n=100$.
2. Какое минимальное n обеспечит $P(|\bar{X}-0.6|>0.05) \leq 0.01$?

Задание 8.2 (bias-variance разложение на числовом примере)

Пусть истинная зависимость $y=\sin(x)$, а модель – полином степени 1 (линейная регрессия).
Приведите формулу разложения ожидаемой ошибки обобщения на смещение, дисперсию и шум. Объясните, почему увеличение сложности модели снижает смещение, но увеличивает дисперсию.

Задание 8.3 (смысл границ)

Допустим, алгоритм обучения выдаёт модель с эмпирической ошибкой 0.05 на 500 примерах. Используя границу обобщения (например, по VC-размерности), мы получаем, что с вероятностью 95% истинная ошибка не превышает 0.12.

Что означает вероятность 95%?

Можно ли на основе этой границы гарантировать качество на новых данных? Какие риски остаются?

Тема 9. Интегралы и математическое ожидание в байесовской оптимизации и RL

Задание 9.1 (математическое ожидание непрерывной величины)

Случайная величина X равномерно распределена на отрезке [0,2]. Функция полезности $U(X)=X^2$. Найдите математическое ожидание $E[U(X)]$ двумя способами:

1. Аналитически через интеграл.
2. Приближённо, взяв среднее арифметическое по 1000 случайных точек (опишите алгоритм, считать не требуется, но приведите формулу).

Задание 9.2 (байесовская оптимизация – принцип)

Рассматривается минимизация чёрного ящика $f(x)$ на интервале [0,1]. Известны два наблюдения: $f(0.2)=1.5, f(0.7)=0.9$. В качестве суррогатной модели используется гауссовский процесс с априорным средним 0 и ковариацией $k(x,x')=\exp(-(x-x')^2)$.

1. Каково апостериорное среднее и дисперсия в точке $x=0.5$? (качественно: увеличились ли они по сравнению с априорными?)
2. Объясните, как acquisition function (например, Expected Improvement) выбирает следующую точку: почему она может выбрать как область около текущего минимума, так и область с высокой неопределённостью?

Задание 9.3 (многорукий бандит – ε-greedy)

Три игровых автомата с неизвестными вероятностями выигрыша: $\theta_1,\theta_2,\theta_3$. Вы сыграли 10 раз: 5 раз на первом автомате (выиграли 2 раза), 3 раза на втором (выиграли 1 раз), 2 раза на третьем (выиграли 0 раз).

1. Оцените θ_i методом MLE.
2. Используя ε-greedy с $\varepsilon=0.2$, какую стратегию выбора автомата предложите на следующем шаге?

3. Какова роль математического ожидания кумулятивного вознаграждения в обучении с подкреплением?

Распределение баллов для оценивания каждого задания:
Правильность математических выкладок (30%)
Обоснование и интерпретация результатов в терминах ML (40%)
Понимание прикладных ограничений и допущений (30%)

Критерии оценивания контрольных заданий:

Баллы	Критерии
9-10	Выставляется обучающемуся: если выполнены все пункты работы самостоятельно, без ошибок, если предложен более рациональный алгоритм решения задачи.
7-8	Выставляется обучающемуся: если самостоятельно выполнены все пункты работы, допущены незначительные ошибки, если предложен более рациональный алгоритм решения задачи.
5-6	Выставляется обучающемуся: если самостоятельно (или с помощью преподавателя) выполнены все пункты работы, допущены грубые ошибки.
0*-4	Выставляется обучающемуся: если с помощью преподавателя выполнены не все пункты работы, допущены грубые ошибки.

0* - в журнал академической группы не выставляется

Тестовые задания

Темы 1-2

1. Какой принцип естественных наук чаще всего напрямую соответствует идее регуляризации в ML?

a) Принцип неопределённости Гейзенберга
b) Принцип наименьшего действия
c) **Бритва Оккама (предпочтение более простых моделей)**
d) Закон всемирного тяготения

2. В задаче предсказания температуры плавления металла по его химическому составу основным источником неопределённости является:

a) Детерминированный физический закон
b) **Измерительный шум и неучтённые примеси**
c) Отсутствие данных о структуре кристаллической решётки
d) Нарушение закона сохранения энергии

3. Какое утверждение лучше всего описывает роль гипотезы в естественнонаучном методе и ML?

a) Гипотеза должна быть абсолютно доказана до начала сбора данных
b) **Гипотеза – это предположение о виде зависимости, которое проверяется на выборочных данных**
c) Гипотеза не нужна, ML сам находит закономерности
d) Гипотеза в ML всегда является линейной функцией

4. Какая задача иллюстрирует фундаментальное отличие ML от классического научного моделирования?

a) Расчёт траектории спутника по формулам Ньютона
b) **Прогнозирование спроса на товар на основе исторических продаж при отсутствии точной физической модели**
c) Вычисление сопротивления проводника по закону Ома
d) Определение молярной массы газа по уравнению Менделеева-Клапейрона

5. При переходе от детерминированной физической модели к статистической в ML необходимо:
a) Отказаться от всех законов физики
b) **Добавить случайную компоненту (шум) и перейти к вероятностному описанию**
c) Увеличить размерность пространства признаков в 2 раза
d) Использовать только дискретные значения параметров

6. Градиент функции нескольких переменных $f(x,y)$ в точке – это:
a) Скаляр, равный значению производной
b) **Вектор, составленный из частных производных**
c) Матрица вторых частных производных
d) Направление наискорейшего спуска с противоположным знаком

7. Для функции $f(w)=(w-3)^2$ метод градиентного спуска с шагом $\eta=0.5$, стартуя из точки $w=8$, сделает первый шаг в точку:
a) 5
b) 6.5
c) **5.5**
d) 4.5

8. Условие остановки градиентного спуска часто проверяется по:
a) Модулю градиента (норме) < ε
b) Изменению функции потерь < ε
c) Изменению аргумента < ε
d) **Всем перечисленным (обычно комбинируют)**

9. Какая проблема возникает при использовании слишком большого шага η в градиентном спуске?
a) Медленная сходимость
b) **Расходимость или колебания около минимума**
c) Вычисление гессиана становится невозможным
d) Потеря выпуклости функции

10. Гессиан функции – это:
a) Вектор первых производных
b) Скалярное значение второй производной
c) **Матрица вторых частных производных**
d) Определитель матрицы Якоби

Темы 3-6

1. Если события A и B независимы и P(A)=0.3, P(B)=0.4, то P(A|B) равна:
a) 0.12
b) 0.7
c) **0.3**
d) 0.4

2. Пусть имеется выборка из нормального распределения. Каким будет распределение выборочного среднего $\bar{X}$ по центральной предельной теореме (при больших n)?
a) Точное нормальное
b) **Приближённо нормальное независимо от исходного распределения (при выполнении условий)**
c) Хи-квадрат
d) Равномерное

3. В задаче классификации вероятность правильного предсказания модели на тесте – 0.95. Что это означает?
a) Модель никогда не ошибается
b) **В долгосрочной перспективе примерно 95% новых объектов будут классифицированы верно**
c) Ошибка модели не превышает 5% в любом сценарии
d) Точность модели гарантирована с вероятностью 95%

4. Формула полной вероятности используется для:
a) Вычисления апостериорной вероятности
b) **Вычисления вероятности события через разбиение пространства на гипотезы**
c) Проверки независимости двух событий
d) Оценки дисперсии суммы случайных величин

5. Два признака в задаче ML называются независимыми, если:
a) Их ковариация равна 1
b) Их корреляция максимальна
c) **Совместное распределение распадается в произведение маргинальных**
d) Их математические ожидания равны нулю

6. Формула Байеса позволяет вычислить:
a) Априорную вероятность
b) **Апостериорную вероятность гипотезы при наличии свидетельства**
c) Вероятность объединения событий
d) Математическое ожидание случайной величины

7. В наивном байесовском классификаторе слово «наивный» означает:
a) Классификатор всегда даёт низкую точность
b) **Предположение о независимости признаков при заданном классе**
c) Отсутствие априорных вероятностей
d) Использование только одного признака

8. При добавлении априорного распределения параметров в байесовский вывод:
a) Оценка становится смещённой и несостоятельной
b) **Регуляризуется решение, особенно при малых выборках**
c) Всегда увеличивается дисперсия оценки
d) Игнорируются выборочные данные

9. Если априорная вероятность болезни 0.01, чувствительность теста 0.99, специфичность 0.95, то вероятность болезни при положительном тесте приблизительно равна:
a) 0.99
b) 0.17
c) **0.16-0.17** (точнее: $0.01*0.99/(0.01*0.99+0.99*0.05)\approx 0.0099/(0.0099+0.0495)=0.0099/0.0594=0.1667$)
d) 0.50

10. Что характеризует апостериорное распределение в байесовской статистике?
a) Распределение данных при фиксированных параметрах
b) **Распределение параметров после учёта наблюдаемых данных**
c) Начальное предположение о параметрах до наблюдения данных
d) Распределение ошибок модели

11. В методе наименьших квадратов (МНК) минимизируется:
a) Сумма абсолютных отклонений
b) **Сумма квадратов остатков**
c) Максимальное абсолютное отклонение
d) Количество неверных знаков

12. Для линейной регрессии $y=X\beta+\varepsilon$ оценка МНК равна $\widehat{\beta}=(XTX)^{-1}XTy$. Какое условие необходимо для существования обратной матрицы?
a) Количество объектов больше количества признаков
b) **Столбцы матрицы X линейно независимы**
c) Матрица XTX должна быть вырожденной
d) Количество признаков равно 1

13. В градиентном бустинге на каждом шаге обучается новая модель на:
a) Исходных значениях целевой переменной
b) **Остатках (псевдоостатках) предыдущей модели**

c) Случайной подвыборке признаков
d) Значениях градиента по входным признакам

14. Какая регуляризация в линейной регрессии приводит к разреженным решениям (обнуление некоторых коэффициентов)?
a) L2 (гребневая)
b) **L1 (лассо)**
c) Elastic Net
d) Dropout

15. При увеличении степени полинома в полиномиальной регрессии обычно:
a) Смещение (bias) растёт, дисперсия падает
b) **Смещение падает, дисперсия растёт (склонность к переобучению)**
c) Смещение и дисперсия не меняются
d) Смещение и дисперсия одновременно падают

16. Марковское свойство (первого порядка) означает:
a) Состояние в момент t зависит от всех предыдущих состояний
b) **Состояние в момент t+1 зависит только от состояния в момент t**
c) Вероятности переходов постоянны во времени
d) Цепь является периодической

17. Стационарное распределение π для эргодической цепи Маркова удовлетворяет:
a) $\pi P=0$
b) $\boldsymbol{\pi P=\pi}$
c) $PT\pi=\pi$
d) $\pi=P\pi T$

18. Алгоритм Витерби решает в скрытой марковской модели (HMM) задачу:
a) Оценки параметров (обучения)
b) **Нахождения наиболее вероятной последовательности скрытых состояний**
c) Вычисления вероятности наблюдений
d) Генерации новых последовательностей

19. Какая модель является обобщением цепей Маркова для данных, где будущее зависит от более чем одного прошлого состояния?
a) Цепь Маркова нулевого порядка
b) Скрытая марковская модель
c) **Цепь Маркова высшего порядка (k-го порядка)**
d) Марковский процесс принятия решений

20. Для неприводимой апериодической цепи Маркова с конечным числом состояний:
a) Стационарное распределение не существует
b) **Предельное распределение не зависит от начального состояния и равно стационарному**
c) Все состояния являются возвратными нулевыми
d) Переходная матрица не имеет собственных чисел

Темы 7-9

1. Оценка максимального правдоподобия (MLE) параметра θ – это:
a) Значение, минимизирующее дисперсию оценки
b) **Значение, максимизирующее функцию правдоподобия по выборке**
c) Значение, при котором апостериорная плотность максимальна
d) Любая несмещённая оценка

2. Для независимой выборки из распределения Бернулли с вероятностью успеха *p*, оценка MLE для p равна:
a) (1 – среднее арифметическое)
b) **Выборочному среднему (доле успехов)**
c) Медиане выборки
d) Ничему из перечисленного

3. Принцип максимальной энтропии утверждает, что из всех распределений, удовлетворяющих заданным моментам, следует выбрать:
a) Распределение с минимальной дисперсией
b) Нормальное распределение
c) **Распределение, максимизирующее энтропию (наиболее «неопределённое»)**
d) Распределение с наибольшим числом параметров

4. Какая модель машинного обучения прямолинейно выводится из принципа максимальной энтропии при условии равенства эмпирических и теоретических моментов?
a) Метод опорных векторов
b) **Логистическая регрессия (для бинарной классификации)**
c) Метод k ближайших соседей
d) Деревья решений

5. Логарифмическая функция правдоподобия часто использует логарифм потому, что:
a) Логарифм всегда положителен
b) **Преобразует произведение вероятностей в сумму, упрощая дифференцирование и вычисления**
c) Увеличивает значение правдоподобия
d) Делает функцию выпуклой для любых распределений

6. Неравенство Хёффдинга даёт верхнюю оценку вероятности того, что:
a) Выборочное среднее отличается от медианы
b) **Эмпирическое среднее отклоняется от истинного математического ожидания**
c) Дисперсия выборки превышает порог
d) Максимум выборки выходит за пределы

7. Если VC-размерность класса моделей велика по сравнению с объёмом выборки, то:
a) Модели будут хорошо обобщать
b) **Существует высокий риск переобучения и плохого обобщения**
c) Эмпирическая ошибка всегда равна нулю
d) Любая функция из этого класса имеет малую сложность

8. Компромисс смещения и дисперсии (bias-variance tradeoff) означает:
a) Для уменьшения ошибки нужно всегда увеличивать сложность модели
b) С ростом сложности модели смещение всегда растёт, а дисперсия падает
c) **Существует оптимальная сложность модели, минимизирующая суммарную ошибку обобщения**
d) Ошибка обобщения не зависит от сложности модели

9. Если для некоторого алгоритма обучения $\mathbf{E}[(f(x)-\bar{f}(x))^2]$ – это:
a) Квадрат смещения
b) **Дисперсия предсказаний**
c) Шум
d) Ошибка несовместимости

10. Неравенство МакДиармида (усреднение по перестановкам) используется для оценки:
a) Медианы выборки
b) **Концентрации функций от независимых случайных величин, которые не сильно меняются при изменении одной координаты**
c) Скорости сходимости градиентного спуска
d) Ковариационной матрицы

11. Математическое ожидание $E[g(X)]$ для непрерывной случайной величины X с плотностью $p(x)$ вычисляется как:
a) $\int p(x)dx$
b) $\int g(x)p(x)dx$
c) $\int xp(x)dx$
d) $\int xg(x)dx$

12. В байесовской оптимизации acquisition function Expected Improvement (EI) в точке x вычисляется как:

a) Математическое ожидание апостериорного предсказания

b) **Интеграл от улучшения по апостериорному распределению: $E[\max(f_{best}-f(x),0)]$**

c) Вероятность того, что функция в точке x ниже текущего минимума

d) Апостериорная дисперсия в точке x

13. Уравнение Беллмана для оптимальной функции ценности $Q^*(s,a)$ в обучении с подкреплением имеет вид:

a) $Q(s,a)=r(s,a)+\gamma \max_{a'} Q(s',a')$

b) $\boldsymbol{Q^*(s,a)=E[r+\gamma \max_{a'} Q^*(s',a')|s,a]}$ (с матожиданием по переходу)

c) $Q(s,a)=\max_a E[r+\gamma Q(s',a)]$

d) $Q(s,a)=r+\gamma Q(s',a')$

14. В задаче многорукого бандита цель – максимизировать:

a) Мгновенный выигрыш на каждом шаге

b) **Кумулятивное математическое ожидание суммы наград за всё время**

c) Вероятность правильного выбора лучшего автомата в конце

d) Минимальный гарантированный выигрыш

15. Байесовская оптимизация использует суррогатную модель (обычно гауссовский процесс), потому что:

a) Она точно аппроксимирует любую функцию

b) **Она предоставляет апостериорное среднее и дисперсию, позволяя выбирать точки с учётом неопределённости**

c) Гауссовский процесс не требует настройки гиперпараметров

d) Он работает только на дискретных пространствах

Критерии оценивания тестовых заданий:

Балы	Описание критерия	
9-10	Свыше 90% правильных ответов	Обучающийся демонстрирует глубокое познание в освоенном материале.
7-8	Свыше 70% правильных ответов	Обучающимся материал освоен полностью, без существенных ошибок.
5-6	Свыше 50% правильных ответов	Обучающимся материал освоен не полностью, имеются значительные пробелы в знаниях.
0*-4	Менее 50% правильных ответов	Обучающимся материал не освоен, знания обучающегося ниже базового уровня.

0* - в журнал академической группы не выставляется

5.3. Один или несколько тематических блоков дисциплины завершаются контрольной точкой (далее – КТ). Текущий контроль успеваемости по дисциплине предусматривает не менее 2 (двух) и не более 10 (десяти) КТ в течение периода освоения дисциплины.

Максимальное количество баллов за любой тип работ в рамках КТ составляет 100 (сто) баллов.

Распределение весовых коэффициентов по КТ в рамках текущего контроля успеваемости по дисциплине и формулы расчета:

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине

	обучающийся		
КТ 1	100	0,1	10
КТ 2	100	0,1	10
КТ 3	100	0,1	10
Итого:	х	х	30

Формула расчета результата контрольной точки:

Результат контрольной точки = Количество баллов за работу в рамках КТ (контрольное задание) х Коэффициент веса контрольной точки.

5.4. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ и типовые оценочные материалы:

КТ – 1

Темы 1-2

Задание 1

По описанию предметной области (например, «зависимость урожайности от осадков и температуры») составить:

матрицу объекты-признаки;

тип целевой переменной (непрерывная/категориальная);

гипотезу о виде зависимости (линейная, нелинейная, с лагом).

Программная часть: Написать функцию, которая генерирует синтетические данные с шумом (заданный физический закон + гауссов шум) и визуализирует их.

Контрольный вопрос: Почему детерминированный закон F=*ma* нельзя сразу применить к данным с шумом?

Задание 2

Для функции $f(x)=x^2+\sin(x)$ найти производную, вычислить градиент в точке $x=1$.

Написать один шаг градиентного спуска вручную.

Программирование:

Реализовать метод градиентного спуска с адаптивным шагом (Backtracking line search).

Применить к задаче минимизации эмпирического риска для линейной регрессии с одним признаком (синтетические данные).

Визуализация: Построить траекторию движения параметра, показать сходимость.

Контрольный вопрос: Как изменится шаг градиентного спуска, если функцию потерь умножить на 10?

КТ – 2

Темы 3-6

Задание 1

По заданной таблице частот двух признаков (например, дождь/солнце и опоздание/вовремя) вычислить P(A|B), проверить независимость.

Программирование:

Сгенерировать выборки из разных распределений (нормальное, экспоненциальное, Бернулли).

Оценить по выборке математическое ожидание, дисперсию, ковариацию.

Проверить ЦПТ: построить гистограмму выборочных средних.

ML-задача: Обучить простой вероятностный классификатор на основе оценки плотности (наивный подход) для двумерных данных.

Контрольный вопрос: Почему в ML мы работаем с выборкой, а не со всем распределением?

Задание 2

Наивный байесовский классификатор для задачи «спам/не спам» по двум словам.

Вычислить апостериорные вероятности, выбрать класс.

Программирование:

Реализовать Gaussian Naive Bayes для данных Iris (классификация видов ирисов).

Сравнить результат с моделью, где все признаки независимы, и где зависимость учтена через полную ковариацию.

Эксперимент: Изменить априорную вероятность класса (не равные 0.5) и наблюдать изменение предсказания.

Контрольный вопрос: Почему наивный байесовский классификатор «наивен» и когда это оправдано?

Задание 3

Математическая часть:

Вывод формулы $\beta = (X^TX)^{-1}X^Ty$ через производную квадратичной формы (с использованием SymPy или вручную на матрице 2×2).

Программирование:

Реализовать линейную регрессию через нормальные уравнения и через SGD.

Сравнить время работы и точность для выборок разного размера (n=10, 100, 1000).

Градиентный бустинг (упрощенно):

Сгенерировать нелинейные данные $y = x^2 + шум$.

Реализовать последовательное добавление деревьев решений (или маленьких линейных моделей) с коррекцией остатков.

Визуализировать процесс уменьшения ошибки.

Контрольный вопрос: В чем разница между подбором весов градиентным спуском и подбором функций в бустинге?

Задание 4

Дана последовательность символов (например, погода за 10 дней). Построить матрицу переходов 1-го порядка. Найти стационарное распределение.

Программирование:

Написать класс для цепи Маркова: оценка переходов по тексту (символы или слова), генерация новой последовательности.

Реализовать генерацию «псевдотекста» по книге (например, "Война и мир").

ML-задача: Скрытая марковская модель (HMM) для предсказания тегов частей речи (POS-тегинг) с использованием библиотеки hmmlearn.

Контрольный вопрос: Почему марковское свойство (ограниченная память) – это упрощение, которое часто работает на практике?

КТ – 3

Темы 7-9

Задание 1

Дана выборка из нормального распределения с неизвестными μ,σ. Вывести формулы MLE для μ и σ (взяв производную логарифма правдоподобия).

Программирование:

Для выборки из распределения Бернулли (монетка) найти p_MLE и сравнить с частотой выпадения орла.

Реализовать метод максимальной энтропии для задачи классификации: заданы моменты (средние значения признаков), найти распределение, максимизирующее энтропию (численно, через метод множителей Лагранжа).

Сравнение: На синтетической задаче сравнить классификатор MLE (логистическая регрессия) и MaxEnt (который в данном случае даст то же самое) – убедиться в эквивалентности.

Контрольный вопрос: В чем разница между MLE и байесовским подходом (с априорным распределением)?

Задание 2

Доказать неравенство Хёффдинга для среднего арифметического.

Для заданной модели (например, константный классификатор) вычислить верхнюю границу вероятности того, что эмпирическое среднее отклонится от истинного более чем на ε.

Программирование (симуляция):

Сгенерировать 1000 выборок из одного распределения, обучить на каждой простую модель (например, пороговый классификатор), вычислить долю случаев, когда ошибка обобщения больше эмпирической ошибки + δ.

Сравнить полученную долю с неравенством Хёффдинга.

Анализ bias-variance:

Сгенерировать выборки из моделей разной сложности (полиномы разной степени).

Разложить ошибку на смещение и дисперсию (по формулам, используя усреднение по множеству выборок).

Контрольный вопрос: Почему неравенство концентрации оправдывает использование валидационной выборки?

Задание 3

Математическое ожидание:

Ручной расчет: задана функция полезности $U(x)$ и распределение $p(x)$ – вычислить ожидаемое значение интегралом (дискретный случай).

Байесовская оптимизация (практика):

Найти минимум заданной затратной функции (например, $f(x)=\sin(3x)+x^2+$шум) с помощью surrogate model (гауссовский процесс) и acquisition function (Expected Improvement).

Использовать библиотеку scikit-optimize или написать упрощенный вариант.

Обучение с подкреплением (простейший пример):

Модель «многорукий бандит». Задача максимизации кумулятивного вознаграждения (сумма матожиданий награды за шаг).

Реализовать ε-greedy стратегию и сравнить с жадной стратегией.

Контрольный вопрос: Как интеграл матожидания используется для принятия решений в условиях неопределенности?

Диапазон баллов	Описание критерия	
90-100	90-100% правильных ответов	Обучающийся демонстрирует глубокое познание в освоенном материале.
75-89	75-89% правильных ответов	Обучающимся материал освоен полностью, без существенных ошибок.
60-74	60-74% правильных ответов	Обучающимся материал освоен не полностью, имеются значительные пробелы в знаниях.
0*-59	Менее 60% правильных ответов	Обучающимся материал не освоен, знания обучающегося ниже базового уровня.

5.5. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий.

Python, Готовые наборы данных

6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине

6.1. Промежуточная аттестация (зачет) проводится в письменной форме. Обучающийся

получает экзаменационный билет с вариантами задач. Необходимо дать ответ в письменном виде, подробно изложив ход решения, при необходимости завершить решение выводами.

6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации.

Вопросы к зачету

1. Сформулируйте принцип «бритвы Оккама» в контексте выбора модели машинного обучения. Почему более простые модели часто предпочтительнее с точки зрения естественнонаучного подхода? Приведите пример.

2. В чем различие между детерминированной физической моделью и статистической моделью машинного обучения? Приведите пример задачи, где использование детерминированного закона невозможно из-за наличия шума и неучтенных факторов.

3. Дайте определение градиента функции нескольких переменных. Запишите формулу одного шага градиентного спуска для минимизации функции потерь $L(w)$. Объясните геометрический смысл направления антиградиента.

4. Почему слишком большой шаг (learning rate) в градиентном спуске может привести к расходимости, а слишком маленький – к медленной сходимости? Как метод «деления шага пополам» (backtracking line search) помогает выбрать адаптивный шаг?

5. Что такое гессиан функции? Как информация о вторых производных используется в методе Ньютона для оптимизации? В чем преимущества и недостатки метода Ньютона по сравнению с градиентным спуском?

6. Сформулируйте закон больших чисел и центральную предельную теорему. Объясните, почему в машинном обучении при большом объеме выборки мы можем доверять эмпирическому среднему (например, доле правильных ответов) как оценке истинной вероятности.

7. Два события A и B называются независимыми, если … (дополните). Приведите пример двух признаков в задаче ML, которые могут быть независимыми, и объясните, почему независимость – сильное предположение.

8. Запишите формулу полной вероятности и формулу Байеса. Решите задачу: в популяции 1% больных, тест дает 99% чувствительности и 95% специфичности. Какова вероятность болезни при положительном тесте? Проинтерпретируйте результат.

9. В чем суть байесовского подхода к оценке параметров модели? Как априорное распределение влияет на апостериорное при малом объеме выборки? Приведите пример, когда априорное распределение помогает избежать переобучения.

10. Опишите наивный байесовский классификатор. Почему он называется «наивным»? В каких случаях предположение о независимости признаков при заданном классе не сильно вредит качеству, а в каких – приводит к ошибкам?

11. Выведите аналитическое решение метода наименьших квадратов для линейной регрессии $y=X\beta+\varepsilon$ (нормальные уравнения). Какое условие необходимо для существования обратной матрицы $(XTX)^{-1}$?

12. Объясните идею градиентного бустинга. Почему на каждом шаге новая модель обучается на остатках (псевдоостатках) предыдущей? Как параметр learning rate влияет на переобучение?

13. В чем отличие L1-регуляризации (лассо) от L2-регуляризации (гребневая регрессия)? Какой тип регуляризации приводит к разреженным решениям и почему с точки зрения геометрии?

14. Дайте определение цепи Маркова первого порядка. Что такое матрица переходных вероятностей и стационарное распределение? Приведите пример из машинного обучения (генерация текста, моделирование пользовательских сессий).

15. Опишите скрытую марковскую модель (HMM). Назовите три основные задачи, решаемые с помощью HMM: оценка параметров, декодирование, вычисление вероятности наблюдений. Какой алгоритм используется для декодирования (нахождения наиболее вероятной последовательности скрытых состояний)?

16. Что такое функция правдоподобия? Выведите оценку максимального правдоподобия (MLE) для параметра λ распределения Пуассона по выборке $x_1,...,x_n$.

17. Сформулируйте принцип максимальной энтропии. Какое распределение на заданном носителе максимизирует энтропию при фиксированном математическом ожидании? Почему нормальное распределение часто используется как «наиболее неопределенное» при известных первых двух моментах?

18. Запишите неравенство Хёффдинга для суммы независимых ограниченных случайных величин. Как оно применяется для оценки вероятности того, что эмпирическая ошибка классификатора отличается от истинной ошибки обобщения более чем на ε?

19. Объясните компромисс «смещение – дисперсия» (bias-variance tradeoff). Как увеличение сложности модели (например, повышение степени полинома в регрессии) влияет на смещение и дисперсию? Нарисуйте качественный график зависимости общей ошибки от сложности модели.

20. Что такое acquisition function в байесовской оптимизации? Поясните на примере Expected Improvement (EI), как в ней используется математическое ожидание относительно апостериорного распределения суррогатной модели. Как выбор acquisition function влияет на баланс между исследованием и эксплуатацией? (Дополнительно: упомяните уравнение Беллмана в обучении с подкреплением как пример интегрального уравнения динамического программирования.)

6.3. Критерии и шкала оценивания на основе БРС.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ В БАЛЛАХ
Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок	90-100
Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.	75-89
Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.	60-74
Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е. обучающийся не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	1-59

7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля)

Подготовка к лекциям.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Каждому обучающемуся следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Самостоятельная работа на лекции.

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность обучающегося. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Подготовка к практическим занятиям.

Подготовку к каждому практическому занятию каждый обучающийся должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений обучающемуся необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме практического занятия и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или 10 письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы практического занятия, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

Структура практического занятия:

В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы может практическое занятие состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/ или выступление с презентациями по проблеме практического занятия.
3. Обсуждение выступлений по теме – дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания, выполненного дома, если это предусмотрено программой.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть – обсуждение теоретических вопросов - проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний обучающихся. Примерная продолжительность – до 15 минут. Вторая часть – выступление обучающихся с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов практического занятия. Обязательный элемент доклада – представление и анализ статистических данных, обоснование социальных последствий любого экономического факта, явления или процесса. Примерная продолжительность – 20-25 минут. После докладов следует их обсуждение – дискуссия. В ходе этого этапа практического занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность – до 15-20 минут. Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Если практическое задание должно было быть выполнено дома, то на практическом занятии преподаватель проверяет его выполнение (устно или письменно). Примерная продолжительность – 15-20 минут. Подведением итогов заканчивается практическое занятие. Обучающимся должны быть объявлены оценки за работу и даны их четкие обоснования. Примерная продолжительность – 5 минут.

Работа с литературными источниками.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

8.1. Основная литература

1. Вьюгин, В. В. Математические основы машинного обучения и прогнозирования : учебное издание для вузов / В. В. Вьюгин. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : МЦНМО, 2022. — 399 с. — ISBN 978-5-4439-1691-0. — Текст : непосредственный.

2. Флах, П. Машинное обучение : наука и искусство построения алгоритмов, которые извлекают знания из данных / П. Флах ; перевод с английского А. А. Слинкина. — Москва : ДМК Пресс, 2015. — 400 с. — ISBN 978-5-97060-273-7. — Текст : непосредственный.

3. Баланов, А. Н. Машинное обучение и искусственный интеллект : учебное пособие для вузов / А. Н. Баланов. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 172 с. — ISBN 978-5-507-49194-0. — Текст : непосредственный.

8.2. Дополнительная литература

1. **Ефимов, А. И.** Основы машинного обучения : учебное пособие / А. И. Ефимов. — Москва : РУСАЙНС, 2026. — Текст : электронный.

8.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация

1. ГОСТ Р 59895-2021 — «Технологии искусственного интеллекта в образовании. Общие положения и терминология». Федеральный закон, который устанавливает единую терминологию в области ИИ и МО, включая официальное определение понятия «машинное обучение».
2. ГОСТ Р 59900-2021 — «Системы искусственного интеллекта в образовании. Типовые требования к контрольным выборкам исходных данных для испытаний». Нормативный документ, регламентирующий требования к качеству и структуре данных для тестирования систем на основе МО.
3. ГОСТ Р 70949-2023 — «Технологии искусственного интеллекта в образовании. Применение искусственного интеллекта в научно-исследовательской деятельности. Варианты использования». Стандарт, определяющий возможные сценарии использования технологий ИИ в научных исследованиях, что актуально для выпускных квалификационных работ

8.4. Интернет-ресурсы

1. Электронно-библиотечная система «Юрайт» : *URL:* https://urait.ru.
2. Научная электронная библиотека eLibrary.ru и КиберЛенинка..
3. Сайты издательств (МЦНМО, ДМК-Пресс). Ресурсы, где публикуются новинки профильной литературы.

9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства: - Libre Office (лицензия Mozilla Public License v2.0.) - 7-Zip (лицензия GNU Lesser General Public License) - AIMP (лицензия LGPL v.2.1) - STDU Viewer (freeware for private non-commercial or educational use) - GIMP (лицензия GNU General Public License) - Inkscape (лицензия GNU General Public License).

Для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, закреплены аудитории согласно расписанию учебных занятий: рабочее место преподавателя, посадочные места по количеству обучающихся, доска меловая, персональный компьютер с лицензированным программным обеспечением общего назначения, мультимедийный проектор, экран, интерактивная панель.